Universidad Carlos III de Madrid

Estadística II: Introducción a la Econometría

Examen Final, Convocatoria Extraordinaria, Curso 2009-2010.

15 de Septiembre de 2010

1. Utilizando los datos WAGE2.RAW se ha estimado el modelo

   $$\log(wage) = \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 tenure + \beta_4 married + \beta_5 black + \beta_6 south + \beta_7 urban + U.$$

   En las salidas de GRETL que se aportan a continuación se estima este y otros tres modelos utilizando mínimos cuadrados ordinarios. Utilice los listados para contestar las siguientes preguntas

   (a) Manteniendo los demás factores fijos, en el contexto del modelo en el enunciado (Modelo 1 en las salidas adjuntas) ¿cuál es la diferencia aproximada entre el salario mensual de las personas de raza negra y las que no lo son? ¿Es esta diferencia estadísticamente significativa?

   (b) Añadir las variables $exper^2$ y $tenure^2$ en la ecuación y demostrar que no son conjuntamente estadísticamente significativas incluso al 10 por ciento.

   (c) Ampliar el modelo original para que el rendimiento de la educación dependa de la raza. Escriba el modelo a considerar y contraste la significatividad de esta dependencia.

   (d) Partiendo del modelo inicial, permitir que el salario difiera entre cuatro grupos de individuos: negros casados, negros solteros, no negros casados y no negros solteros. Expresar el modelo de la forma más concisa posible y proporcionar el valor estimado de la diferencia salarial entre negros casados y no negros casados con los mismos valores para el resto de variables explicativas.

Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1–935
Variable dependiente: lwage

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,39550	0,113225	47,6529	0,0000
educ	0,0654307	0,00625040	10,4683	0,0000
exper	0,0140430	0,00318519	4,4089	0,0000
tenure	0,0117473	0,00245297	4,7890	0,0000
married	0,199417	0,0390502	5,1067	0,0000
black	−0,188350	0,0376666	−5,0004	0,0000
south	−0,0909037	0,0262485	−3,4632	0,0006
urban	0,183912	0,0269583	6,8221	0,0000

Suma de cuad. residuos	123,8185	D.T. de la regresión	0,365471
R^2	0,252558	R^2 corregido	0,246914

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1–935
Variable dependiente: lwage

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,35868	0,125914	42,5581	0,0000
educ	0,0642761	0,00631148	10,1840	0,0000
exper	0,0172146	0,0126138	1,3647	0,1727
tenure	0,0249291	0,00812966	3,0664	0,0022
married	0,198547	0,0391103	5,0766	0,0000
black	−0,190664	0,0377011	−5,0572	0,0000
south	−0,0912153	0,0262356	−3,4768	0,0005
urban	0,185424	0,0269585	6,8781	0,0000
exper^2	−0,000113801	0,000531871	−0,2140	0,8306
tenure^2	−0,000796448	0,000471013	−1,6909	0,0912

Suma de cuad. residuos	123,4210	D.T. de la regresión	0,365278
R^2	0,254958	R^2 corregido	0,247709

Modelo 3: MCO, usando las observaciones 1–935
Variable dependiente: lwage

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,37482	0,114703	46,8587	0,0000
educ	0,0671153	0,00642769	10,4416	0,0000
exper	0,0138259	0,00319063	4,3333	0,0000
tenure	0,0117870	0,00245289	4,8054	0,0000
married	0,198908	0,0390474	5,0940	0,0000
black	0,0948093	0,255399	0,3712	0,7106
south	−0,0894495	0,0262769	−3,4041	0,0007
urban	0,183852	0,0269547	6,8208	0,0000
educ*black	−0,0226237	0,0201827	−1,1209	0,2626

Media de la vble. dep.	6,779004	D.T. de la vble. dep.	0,421144
Suma de cuad. residuos	123,6507	D.T. de la regresión	0,365420
R^2	0,253571	R^2 corregido	0,247122
$F(8, 926)$	39,32158	Valor p (de F)	$4{,}35 \cdot 10^{-54}$

Modelo 4: MCO, usando las observaciones 1–935
Variable dependiente: lwage

	Coeficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	5,40379	0,114122	47,3509	0,0000
educ	0,0654751	0,00625302	10,4710	0,0000
exper	0,0141462	0,00319103	4,4331	0,0000
tenure	0,0116628	0,00245795	4,7449	0,0000
married	0,188915	0,0428777	4,4059	0,0000
black	−0,240820	0,0960229	−2,5079	0,0123
south	−0,0919894	0,0263212	−3,4949	0,0005
urban	0,184350	0,0269778	6,8334	0,0000
married*black	0,0613538	0,103275	0,5941	0,5526

Media de la vble. dep.	6,779004	D.T. de la vble. dep.	0,421144
Suma de cuad. residuos	123,7714	D.T. de la regresión	0,365599
R^2	0,252842	R^2 corregido	0,246388
$F(8, 926)$	39,17047	Valor p (de F)	6,78e–54

2. Una de las funciones de producción más utilizadas es la función CES (Constant Elasticity of Substitution) debido a que anida como casos particulares otras funciones de producción utilizadas habitualmente en la literatura empírica tales como la Cobb-Douglas o la Leontieff. La expresión de la función CES es la siguiente:

$$Y = \gamma(\delta K\rho + (1-\delta)L\rho)v/\rho$$

donde Y, K y L denotan la producción, el capital y el trabajo, γ es el parámetro de eficiencia, δ es la proporción en que los dos factores entran en la función de producción, ρ es el parámetro que define la elasticidad de substitución y v es el parámetro que mide los rendimientos a escala, de manera que $v = 1$, $v > 1$ y $v < 1$ indican, respectivamente, rendimientos constantes, rendimientos crecientes y rendimientos decrecientes a escala.

Un investigador ha especificado un modelo econométrico para estimar la tecnología con datos de 25 empresas manufactureras basándose en la aproximación lineal de primer orden de la función CES (expresada en logaritmos):

$$\begin{aligned}\log Y &= \log\gamma + \delta v \log K + (1-\delta)v \log L - 1/2\rho\log(1-\delta)v[\log(K/L)]^2 + \epsilon \\ &= \beta_0 + \beta_1 \log K + \beta_2 \log L + \beta_3[\log(K/L)]^2 + \epsilon.\end{aligned}$$

(a) Contrastar la hipótesis de rendimientos constantes a escala en la tecnología CES. Establece claramente la hipótesis nula y el método de contraste.

(b) Investigar la significatividad del parámetro β_3 en la estimación MCO.

(c) Considere ahora que el modelo verdadero para representar la tecnología de las empresas de un sector es

$$\log(Y/L) = \beta_0 + \beta_1 \log(K/L) + \beta_2[\log(K/L)]^2 + \epsilon,$$

en el que el término de error satisface los supuestos del modelo de regresión: $E(\epsilon|K, L) = 0, Var(\epsilon|K, L) = \sigma^2$, donde $\beta_2 > 0$, $Cov(\log(K/L), [\log(K/L)]^2) > 0$.

Si se omite $[\log(K/L)]^2$, obtener el signo y magnitud del sesgo de inconsistencia (o sesgo asintótico) del estimador de β_1 en la regresión simple de $\log(Y/L)$ sobre $\log(K/L)$.

Salida 1. Dependent Variable: $\log Y$
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.9602	2.2051	-0.89	0.384
$\log K$	0.6501	0.0303	21.47	0.000
$\log L$	0.5592	0.2075	2.69	0.013
$[\log(K/L)]^2$	0.0879	-	-	-

R-squared 0.9912
Adjusted R-squared 0.9900

S.E. of regression 0.0266
Sum squared resid 0.0148

Salida 2. Dependent Variable: $\log(Y/L)$
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0155	0.0084	1.84	0.079
$\log(K/L)$	0.6262	0.0144	43.51	0.000
$[\log(K/L)]^2$	0.0379	0.0323	1.17	0.253

R-squared 0.9921
Adjusted R-squared 0.9914
S.E. of regression 0.0264
Sum squared resid 0.0154

Salida 3. Dependent Variable: $\log Y$
Sample: 1 25
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.6394	1.1255	0.56	0.576
$\log K$	0.6130	0.0135	45.44	0.000
$\log L$	0.3214	0.1142	2.81	0.010

R-squared 0.9905
Adjusted R-squared 0.9896
S.E. of regression 0.0271
Sum squared resid 0.0161

3. Las empresas pueden financiarse mediante la emisión de acciones (fondos propios) o mediante la emisión de bonos (deuda). Una teoría económica afirma que la ratio de deuda sobre fondos propios, $100 * Deuda/(FondosPropios)$, dependerá de los tipos impositivos que afronte la empresa. Se dispone de datos para 51 estados americanos con información sobre los tipos impositivos de los impuestos sobre el beneficio empresarial, $tprof$, sobre las ganancias de capital, $tcap$, y sobre la renta, $tinc$; además, se conoce la ratio (media) de deuda sobre fondos propios de las empresas ubicadas en cada estado, $debrat$. Todas las variables están medidas en puntos porcentuales. Con la muestra, disponible se han estimado por Mínimos Cuadrados Ordinarios los siguientes modelos:

$$\widehat{debrat}_i = \underset{(9{,}8700)}{69{,}3662} \underset{(1{,}0607)}{+1{,}6223} \; tprof_i \underset{(0{,}7028)}{-1{,}1214} \; tinc_i \underset{(1{,}3427)}{+1{,}0777} \; tcap_i \tag{1}$$
$$n = 51 \quad R^2 = 0{,}350553 \quad SSR = 7328{,}5176$$

$$(\widehat{debrat_i - tcap_i}) = \underset{(4{,}8050)}{81{,}7726} \underset{(0{,}9749)}{+0{,}9886} \; (tprof_i - tcap_i) \underset{(0{,}4201)}{-0{,}3085} \; (tinc_i - tcap_i) \tag{2}$$
$$n = 51 \quad R^2 = 0{,}063316 \quad SSR = 7649{,}2574$$

$$\widehat{debrat}_i = \underset{(9{,}6765)}{69{,}4269} \underset{(0{,}3989)}{+1{,}5778} \; tprof_i \underset{(0{,}6680)}{-1{,}1302} \; (tinc_i - tcap_i) \tag{3}$$
$$n = 51 \quad R^2 = 0{,}350524 \quad SSR = 7328{,}8376$$

$$\widehat{debrat}_i = \underset{(9{,}8700)}{69,3662} \underset{(1{,}0607)}{+1,6223}\ tprof_i \underset{(0{,}7028)}{-1,1214}\ (tinc_i - tcap_i) \underset{(0{,}9651)}{-0,0437}\ tcap_i \tag{4}$$

$$n = 51 \quad R^2 = 0,350553 \quad SSR = 7328,5176$$

(a) Contraste con un nivel de significación del 1% la hipótesis de que conjuntamente las cuestiones fiscales son relevantes en las decisiones de endeudamiento de las empresas. ¿Sería la conclusión diferente si hubiera hecho tres contrastes de significatividad individual con el mismo nivel de significación cada uno? ¿Por qué?

(b) Contraste, con un nivel de significación del 1%, la hipótesis de que un aumento simultáneo de todos los impuestos en un punto porcentual provocará un aumento de un punto en la ratio de deuda sobre fondos propios. Ofrezca el valor tanto del estadístico F como el del estadístico t que se pueden utilizar para realizar este contraste.

(c) Para los resultados del Modelo (1), se conoce que la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de MCO son

$$Var\begin{pmatrix} \widehat{\beta}_{tprof} \\ \widehat{\beta}_{tinc} \\ \widehat{\beta}_{tcap} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,1251014 & -0,0399419 & -0,9069212 \\ -0,0399419 & 0,4939748 & -0,6826735 \\ -0,9069212 & -0,6826735 & 1,802722 \end{pmatrix}$$

Un gobierno anuncia una reforma fiscal consistente en reducir el impuesto de la renta en 5 puntos porcentuales y aumentar el impuesto sobre ganancias de capital en 10 puntos (manteniendo constante el impuesto sobre los beneficios). Ofrezca un intervalo de confianza al 90% para el cambio esperado, en promedio, en la ratio de deuda sobre fondos propios. ¿Considera probable, con un nivel de confianza del 90%, que esta política provoque una caída de 10 puntos en la ratio de deuda sobre fondos públicos?

VALORES CRÍTICOS:

$N(0,1)$
$\Pr(N(0,1) > 0,005) = 2,576$
$\Pr(N(0,1) > 0,01) = 2,326$
$\Pr(N(0,1) > 0,025) = 1,960$
$\Pr(N(0,1) > 0,05) = 1,645$
$\Pr(N(0,1) > 0,10) = 1,282$

$\chi^2_{(1)}$	$\chi^2_{(2)}$	$\chi^2_{(3)}$
$\Pr\left(\chi^2_{(1)} > 0,01\right) = 6,63$	$\Pr\left(\chi^2_{(2)} > 0,01\right) = 9,21$	$\Pr\left(\chi^2_{(3)} > 0,01\right) = 11,34$
$\Pr\left(\chi^2_{(1)} > 0,05\right) = 3,84$	$\Pr\left(\chi^2_{(2)} > 0,05\right) = 5,99$	$\Pr\left(\chi^2_{(3)} > 0,05\right) = 7,81$
$\Pr\left(\chi^2_{(1)} > 0,10\right) = 2,71$	$\Pr\left(\chi^2_{(2)} > 0,10\right) = 4,61$	$\Pr\left(\chi^2_{(3)} > 0,10\right) = 6,25$

Recordamos que una t de Student con n grados de libertad se comporta como un $N(0,1)$ para n razonablemente grande ($n \geq 20$). Por otro lado, una F de *Fisher* con q grados de libertad en el numerador y n grados de libertad en el denominador se comporta como una $\chi^2_{(q)}/q$.

Universidad Carlos III de Madrid

Estadística II: Introducción a la Econometría

Examen Final, Convocatoria Extraordinaria, Curso 2009-2010.

15 de Septiembre de 2010

SOLUCIÓN

1. .

(a) Se estima que un trabajador negro gana aproximadamente el 18,83% menos que uno no negro, teniendo los dos el mismo nivel para las otras variables. El p-valor de *black* es cero, por lo que concluimos que la diferencia es significativa si contrastamos $H_0 : \beta_{black} = 0$.

(b) Podemos utilizar un contraste de la F o de la $Ji - cuadrado$, para

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_{exper^2} = \beta_{tenure^2} = 0 \\ H_1 &: H_0 \text{ es falsa,} \end{aligned}$$

mirando en cada caso a la tabla relevante correspondiente. El estadístico es:

$$\begin{aligned} W &= \frac{R^2_{no-restringido} - R^2_{restringido}}{\left(1 - R^2_{no-restringido}\right)/n} \\ &= \frac{SEC_{restringido} - SEC_{no-restringido}}{SEC_{no-restringido}/n} \\ &= \frac{0,254928 - 0,252558}{(1 - 0,254928)/935} \\ &= 2,9741 \end{aligned}$$

Bajo H_0, $W \sim \chi^2_2$. Como $W = 2,9741 < \chi^2_{2;0,1} = 4,61$ no podemos rechazar H_0 ni al 10% de significación.

(c) Modelo a considerar,

$$\begin{aligned} \log(wage) &= \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 tenure + \beta_4 married + \beta_5 black + \beta_6 south \\ &\quad + \beta_7 urban + \beta_8 (educ \times black) + U. \end{aligned}$$

La salida del Modelo 3 indica que el $p - valor$ para la variable $educ \times black$ es mayor que $0,26$, por lo que no podemos rechazar la hipótesis nula de que el efecto de la educación sobre el salario no depende de la raza en este modelo, $\mathrm{H}_0 : \beta_8 = 0$.

(d) El modelo a considerar es,

$$\begin{aligned} \log(wage) &= \beta_0 + \beta_1 educ + \beta_2 exper + \beta_3 tenure + \beta_4 married + \beta_5 black + \beta_6 south \\ &\quad + \beta_7 urban + \beta_8 (married \times black) + U. \end{aligned}$$

Ahora,

$$\begin{aligned} \log(\widehat{wage})_{negros\_casados} - \log(\widehat{wage})_{no\_negros\_casados} &= \hat{\beta}_5 + \hat{\beta}_8 \\ &\simeq -0,241 + 0,061 \\ &= -0,18 \end{aligned}$$

Estimamos que los negros casados ganan aproximadamente un 18% menos que los no negros casados, ceteris paribus.

2. *Una de las funciones de producción más utilizadas es la función CES (Constant Elasticity substitution) debido a que anida como casos particulares otras funciones de producción utilizadas habitualmente en la literatura empírica tales como la Cobb-Douglas o la Leontieff. La expresión de la función CES es la siguiente:*

$$Y = \gamma(\delta K\rho + (1-\delta)L\rho)v/\rho$$

donde Y, K y L denotan la producción, el capital y el trabajo, γ es el parámetro de eficiencia, δ es la proporción en que los dos factores entran en la función de producción, ρ es el parámetro que define la elasticidad de substitución y v es el parámetro que mide los rendimientos a escala, de manera que $v = 1$, $v > 1$ y $v < 1$ indican, respectivamente, rendimientos constantes, rendimientos crecientes y rendimientos decrecientes a escala.

Un investigador ha especificado un modelo econométrico para estimar la tecnología con datos de 25 empresas manufactureras basándose en la aproximación lineal de primer orden de la función CES (expresada en logaritmos):

$$\begin{aligned}\log Y &= \log\gamma + \delta v \log K + (1-\delta)v\log L - 1/2\rho\log(1-\delta)v[\log(K/L)]^2 + \epsilon\\ &= \beta_0 + \beta_1 \log K + \beta_2 \log L + \beta_3[\log(K/L)]^2 + \epsilon.\end{aligned}$$

(a) *Contrastar la hipótesis de rendimientos constantes a escala en la tecnología CES. Establece claramente la hipótesis nula y el método de contraste.*

La hipótesis nula es

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 = 1$$

y la alternativa es

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 \neq 1.$$

Si se sustituye la hipótesis nula en el modelo no restringido se obtiene el modelo restringido

$$\log Y = \beta_0 + \beta_1 \log K + (1-\beta_1)\log L + \beta_3[\log(K/L)]^2 + \epsilon$$

o lo que es lo mismo,

$$\log(Y/L) = \beta_0 + \beta_1 \log(K/L) + \beta_3[\log(K/L)]^2 + \epsilon.$$

Usando las Salidas 1 y 2, que estiman ambos modelos, obtenemos

$$F = \frac{SCE_r - SCE_r}{SCE_r}\frac{n-k-1}{1} = \frac{0.0154 - 0.0148}{0.0148}\frac{25-3-1}{1} = 0.851,$$

y como $q = 1$, $F = W$ y bajo la nula se puede aproximar por una χ^2_1, y se puede comprobar como F no es significativo a ningún nivel de significación habitual y la hipótesis nula de rendimientos constantes a escala no se rechaza.

(b) *Investigar la significatividad del parámetro β_3 en la estimación MCO.*

Usando la Salidas 1 y 3 podemos contrastar la hipótesis nula de

$$H_0 : \beta_3 = 0$$

en contra de la alternativa

$$H_0 : \beta_3 \neq 0.$$

Si se sustituye la hipótesis nula en el modelo no restringido se obtiene el modelo restringido

$$\log Y = \beta_0 + \beta_1 \log K + \beta_2 \log L + \epsilon.$$

Usando las Salidas 1 y 3, que estiman ambos modelos, obtenemos

$$F = \frac{SCE_r - SCE_r}{SCE_r}\frac{n-k-1}{1} = \frac{0.0161 - 0.0148}{0.0148}\frac{25-3-1}{1} = 1.845$$

y como $q = 1$, $F = W$ y bajo la nula se puede aproximar por una χ_1^2, y se puede comprobar como F no es significativo a ningún nivel de significación habitual y el parámetro β_3 no es significativo.

(c) *Considere ahora que el modelo verdadero para representar la tecnología de las empresas de un sector es*

$$\log(Y/L) = \beta_0 + \beta_1 \log(K/L) + \beta_2[\log(K/L)]^2 + \epsilon,$$

en el que el término de error satisface los supuestos del modelo de regresión: $E(\epsilon|K,L) = 0, Var(\epsilon|K,L) = \sigma^2$*, donde* $\beta_2 > 0$*,* $Cov(\log(K/L), [\log(K/L)]^2) > 0$.
Si se omite $[\log(K/L)]^2$*, obtener el signo y magnitud del sesgo de inconsistencia (o sesgo asintótico) del estimador de* β_1 *en la regresión simple de* $\log(Y/L)$ *sobre* $\log(K/L)$.
El sesgo asintótico será

$$Sesgo\left(\tilde{\beta}_1\right) = \beta_2 \frac{Cov\left(\log(K/L), [\log(K/L)]^2\right)}{Var\left(\log(K/L)\right)} > 0.$$

3. Las empresas...

(a) En el modelo $debrat_i = \beta_0 + \beta_1\, tprof_i + \beta_2\, tinc_i + \beta_3\, tcap_i + \varepsilon_i$, la hipótesis de que conjuntamente los impuestos no son relevantes y el correspondiente estadístico de contraste son:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : H_0 \text{ no es cierta}$$

$$W = qF = \frac{R^2}{(1-R^2)/n} \underset{H_0}{\overset{a}{\sim}} \chi^2_{(q)}$$

En este caso, $q = 3$ y sólo necesitamos el R^2 del modelo sin restringir porque para el modelo restringido es cero. Como $W = qF = \frac{0{,}350553}{(1-0{,}350553)/51} = 27{,}528$ y el valor crítico de una $\chi^2_{(3)}$ al 1% es $c^*_{0{,}01} = 11{,}37$, se rechaza la hipótesis nula al 1% ($W > c^*_{0{,}01}$). Para los contrastes de significatividad individual de cada parámetro se tendrían los siguientes valores de los estadísticos

$$t_{\widehat{\beta}_1} = \frac{1{,}6223}{1{,}0607} = 1{,}5294$$
$$t_{\widehat{\beta}_2} = \frac{-1{,}1214}{0{,}7028} = -1{,}5955$$
$$t_{\widehat{\beta}_3} = \frac{1{,}0777}{1{,}3427} = 0{,}8026$$

Comparándolos con el valor crítico de la distribución normal $N(0,1)$ al 1% para una alternativa bilateral: $c^*_{\frac{0{,}01}{2}} = 2{,}576$, resulta claro que en todos los casos $|t| < 2{,}576$; por tanto, no se puede rechazar individualmente que los coeficientes sean cero. Esta diferencia entre el resultado del contraste individual y conjunto sería un indicio de multicolinealidad: los estados con un tipo impositivo alto en la renta también suelen tener altos los tipos del resto de impuestos.

(b) Puesto que $\Delta debrat_i = \beta_1 \Delta\, tprof_i + \beta_2\, \Delta tinc_i + \beta_3\, \Delta tcap_i$, si todos los impuestos suben en un punto ($\Delta\, tprof_i = \Delta tinc_i = \Delta tcap_i = 1$) el aumento de la ratio será $\Delta debrat_i = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$ que según el enunciado debe ser igual a uno

$$H_0 : \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \neq 1$$

Imponemos la restricción (por ejemplo, $\beta_3 = 1 - \beta_1 - \beta_2$), se tiene un modelo restringido como el (2). El estadístico de contraste es $W = qF = \frac{SSR_R - SSR_{SR}}{(SSR_{SR})/n} \underset{H_0}{\overset{a}{\sim}} \chi^2_{(q)}$. En este caso $q = 1$ y el estadístico tiene valor

$$W = F = \frac{7649,2574 - 7328,5176}{7328,5176/51} = 2,232\,1$$

El valor crítico de una $\chi^2_{(1)}$ al 1% es $c^*_{0,01} = 6,63$. Puesto que $W < c^*_{0,01}$ no evidencia empírica para rechazar la hipótesis nula al 1%. El valor del estadístico t se obtiene sin más cálculos usando que $t^2 = F$; por tanto, $t = \sqrt{2,232\,1} = 1,494$.

(c) Sabemos que $\Delta debrat_i = \beta_1 \Delta\, tprof_i + \beta_2\, \Delta tinc_i + \beta_3\, \Delta tcap_i$ y que el gobierno se propone $\Delta tinc_i = -5$ y $\Delta tcap_i = 10$ ($\Delta\, tprof_i = 0$); luego $\Delta debrat_i = -5\beta_2 + 10\beta_3$. Por tanto, un intervalo de confianza para el cambio en la ratio es un intervalo de confianza para el parámetro $\theta = -5\beta_2 + 10\beta_3$, es decir, el parámetro construido como combinación lineal de los coeficiente β_2 y β_3. El intervalo de confianza al 90% será

$$\left(\widehat{\theta} - c^*_{\frac{0,10}{2}} * se\left(\widehat{\theta}\right), \widehat{\theta} + c^*_{\frac{0,10}{2}} * se\left(\widehat{\theta}\right)\right)$$

donde $\widehat{\theta} = (-5) * (-1,1214) + 10 * 1,0777 = 16,384$, $c^*_{\frac{0,10}{2}} = 1,645$ y

$$\begin{aligned} se\left(\widehat{\theta}\right) &= \sqrt{\widehat{V}_n\left(\widehat{\theta}\right)} = \sqrt{(-5)^2\, \widehat{V}_n\left(\widehat{\beta}_2\right) + (10)^2\, \widehat{V}_n\left(\widehat{\beta}_3\right) + 2\,(-5)\,(10)\,\widehat{C}_n\left(\widehat{\beta}_2, \widehat{\beta}_3\right)} \\ &= \sqrt{25 * 0,4939748 + 100 * 1,802722 + 100 * 0,6826735} = \sqrt{260,89} = 16,152 \end{aligned}$$

Por tanto, el intervalo será $(-10,186; 42,954)$. Puesto que el intervalo de confianza al 90% incluye el -10, es probable (con un nivel de confianza del 90%) que la ratio caiga 10 puntos.